機械力学　問題

図 1 (a) に示すように，2 本の質量の無視できる棒（massless rod）と質量 m の質点（point mass）からなる円推振子（conical pendulum）を考える。鉛直軸（vertical axis）上で一定の角速度（constant angular velocity）ω で回転する棒と，端点に質点が固定された長さ L の棒は, 回転関節（rotary joint）を通してつながっている。関節軸と鉛直軸は直交しており，鉛直下方からの関節角度を θ であらわす。鉛直軸上の棒は重力方向には落ちないように固定されている（doesn’t fall vertically）とし，次の問いに答えなさい。ただし，重力加速度 (gravity of acceleration) の大きさを g，θ の角速度と角加速度をそれぞれ $\dot{\theta}$ と $\ddot{\theta}$ とする。また，回転関節における摩擦などの抵抗力は無視してよい。

（注）解答は解答用紙の 1 枚目の設定の欄に答えのみ記入しなさい。解答用紙の 2 枚目は計算用紙として使用してよいが，採点には用いないことに注意しなさい。

(1) 質点の関節軸まわりの慣性モーメント（moment of inertia）を求めなさい。

(2) 質点の鉛直軸まわりの慣性モーメント（moment of inertia）を求めなさい。

(3) 運動エネルギー（kinetic energy）を求めなさい。

(4) $\theta = 0$ を基準とした位置エネルギー（potential energy）を求めなさい。

(5) 運動方程式（equation of motion）を求めなさい。

(6) 図 1 (b) に示すように, $\theta = 0$ に質点を移動して, 回転関節に微小な摂動（perturbation）を加えたところ，微小振動（small vibration）が生じた。この微小振動の周期（period）を求めなさい。

(7) $\theta = 0$ 以外の質点の平衡点（equilibrium point）の角度を θ_e とするとき，$\cos\theta_e$ を求めなさい。ただし，$0 < \theta_e < \pi$ [rad]とする。

(8) 図 1 (c) に示すように, $\theta = \theta_e$ に質点を移動して, 回転関節に微小な摂動（perturbation）を加えたところ，微小振動（small vibration）が生じた。この微小振動の周期（period）を求めなさい。ただし，$\omega^2 = \frac{g}{L}\sqrt{2}$ が満たされるとする。

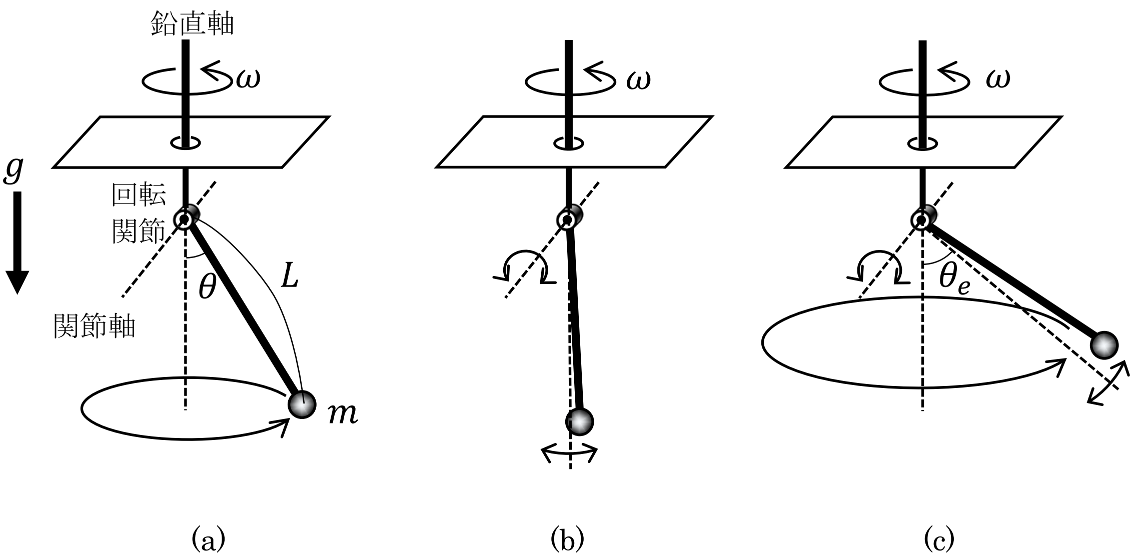

図 1

材料力学　問題

図 1 に示すように，一端（A 点）が剛体壁（rigid wall）に固定（fixed support）され，先端（B 点）に長さ（length）L の角パイプ（square pipe）が接合された長さL の丸棒（round bar）がある。ここで，丸棒の直径（diameter）は d，角パイプの高さと幅（height and width）は a，肉厚（thickness）は t とする。長さ L で角パイプと同じ断面形状（same cross-sectional shape）の片持ちはり（cantilevered beam）が，無負荷の状態（no load）で図 1 のようにその先端（C 点）が角パイプの先端と接している（contact）。

今，この構造体（structure）の C 点に荷重（load）P が作用した問題を考える。このとき，変形は微小なものと仮定し，以下の問いに答えなさい。なお，この構造体は同一の材料（material）で，そのヤング率（Young's modulus）は E，剛性率（modulus of rigidity）は G とする。

（注）解答は解答用紙の 1 枚目の所定の欄に**答えのみ**記入しなさい。解答用紙の 2 枚目は計算用紙として使用してよいが，採点には用いないことに注意しなさい。

(1) 荷重 P は，角パイプの先端に作用する荷重P_1と片持ちはりの先端に作用する荷重P_2との和に等しい（$P = P_1 + P_2$）。このとき，P_1とP_2を**表 1 中の記号**（symbols）を用いて答えなさい。

(2) 荷重 P を受けたこの構造体の C 点における鉛直方向（vertical direction）の変位（displacement）vを，**表 1 中の記号**（symbols）を用いて答えなさい。

(3) 荷重 P を受けたこの構造体の，丸棒に蓄えられる弾性ひずみエネルギー（elastic strain energy）U_R，角パイプに蓄えられる弾性ひずみエネルギーU_Sを**表 2 中の記号**を用いて答えなさい。なお，構造体全体に蓄えられる弾性ひずみエネルギーUは，各部分に蓄えられる弾性ひずみエネルギーの総和に等しい（$U = U_R + U_S + U_C$：U_Cは片持ちはりに蓄えられる弾性ひずみエネルギー）。

(4) 丸棒に作用する主応力および主せん断応力（最大せん断応力）で最大となるそれぞれの値σ_1とτ_{max}を，**表 2 中の記号**を用いて答えなさい。また，それらが作用する位置も答えなさい。

(5) 直径 d の丸棒の断面二次モーメント（moment of inertia of area）I_R，断面二次極モーメント（polar moment of inertia of area）I_p，高さと幅が a，肉厚が t の角パイプの断面二次モーメントI_Sを求めなさい。

（※(5)で求めた各値を(1)から(4)に代入してはいけない）

表 1　記号リスト 1 (Symbol lists 1)

荷重	P
丸棒の断面二次モーメント	I_R
丸棒の断面二次極モーメント	I_p
角パイプと片持ちはりの断面二次モーメント	I_s
ヤング率	E
剛性率	G
丸棒・角パイプ・片持ちはりの長さ	L

表 2　記号リスト 2 (Symbol lists 2)

角パイプ先端に作用する分担荷重	P_1
丸棒の断面二次モーメント	I_R
丸棒の断面二次極モーメント	I_p
角パイプと片持ちはりの断面二次モーメント	I_s
ヤング率	E
剛性率	G
丸棒・角パイプ・片持ちはりの長さ	L
丸棒の直径	d

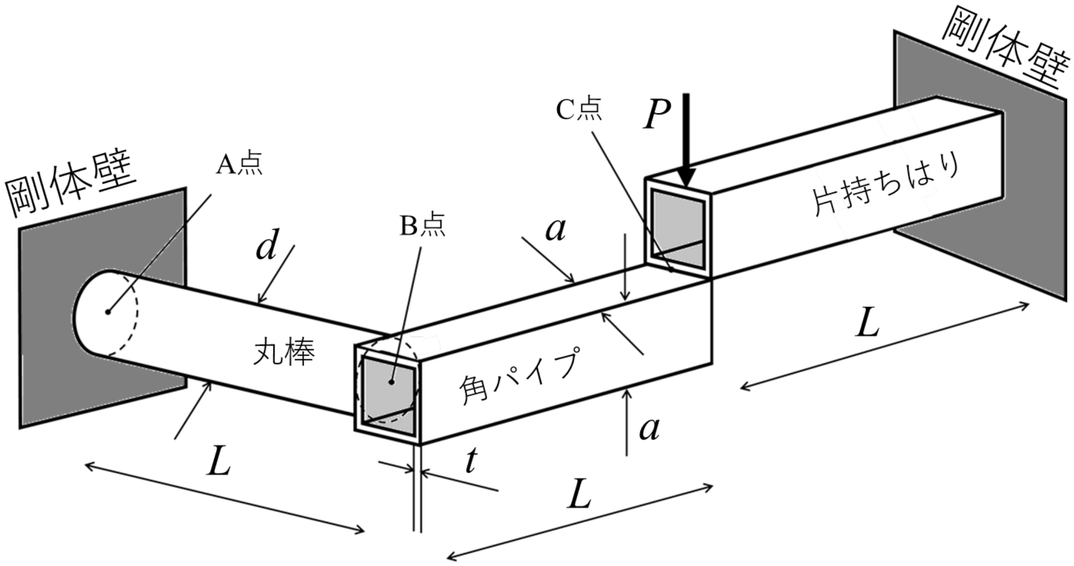

図 1

熱力学　問題

２原子分子からなる理想気体（ideal gas of diatomic molecule）1 kg を作動流体（working fluid）とするカルノーサイクル（Carnot cycle）とオットーサイクル（Otto cycle）を考える。いずれのサイクルも低温部の温度（low heat source temperature）300 K，サイクル中の最高温度（maximum temperature）2200 K，吸入圧力（inlet pressure）0.1 MPa，サイクル中に与える熱量（input heat energy）1187 kJ とする。等容比熱（specific heat at constant volume）は 0.717 kJ/(kg K)とする。以下の問に答えなさい。解答用紙には導出過程も示すこと。

(1)　２つのサイクルの理論熱効率（theoretical thermal efficiency）をそれぞれ求めなさい。

(2)　２つのサイクルが 1 サイクル中にする仕事量（work）をそれぞれ求めなさい。

(3)　２つのサイクルの全行程のエントロピー変化の総和（total entropy change through cycle）をそれぞれ求めなさい。

(4)　カルノーサイクルは可逆サイクル（reversible cycle）である。オットーサイクルは，可逆サイクルと非可逆サイクル（irreversible cycle）のどちらになるかを 20 字程度で説明しなさい（explain in about 20 characters）。

流体力学　問題

図１のように，水平に置かれた間隔（distance）b の無限に長い平行平板間（two parallel plates with infinite lengths）の非圧縮性定常層流（steady incompressible laminar flow）の支配方程式（governing equation）を次式のように置く場合，下記の各問いに答えなさい。ただし，水平方向の速度（velocity）u，圧力（pressure）p，水平方向座標（horizontal coordinate）x，鉛直方向座標（vertical coordinate）y，流体密度（fluid density）ρ，粘性係数（coefficient of viscosity）μ, 圧力勾配（pressure gradient）$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}x}$（一定（constant））とする。

$$0 = -\frac{1}{\rho}\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}x} + \frac{\mu}{\rho}\frac{\mathrm{d}^2 u}{\mathrm{d}y^2}$$

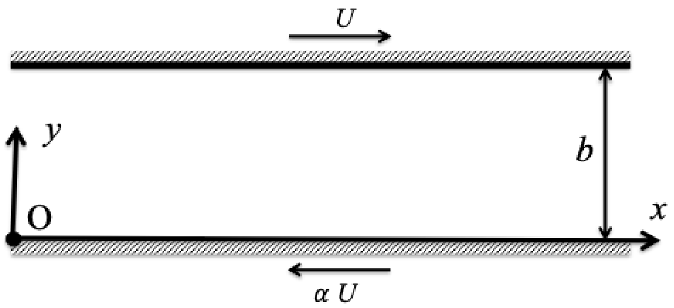

図１

（１）　上方の平板（upper plate）が速度 U で x の正の方向に,下方の平板（lower plate）が速度αU（-1≦α＜0）で x の負の方向に動いているとき，平板間の流速 $u(y)$を求めなさい。

（２）　圧力勾配$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}x} < 0$, $\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}x} = 0$, $\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}x} > 0$の場合, 図２にそれぞれの平板間の流速プロファイルを図示しなさい。

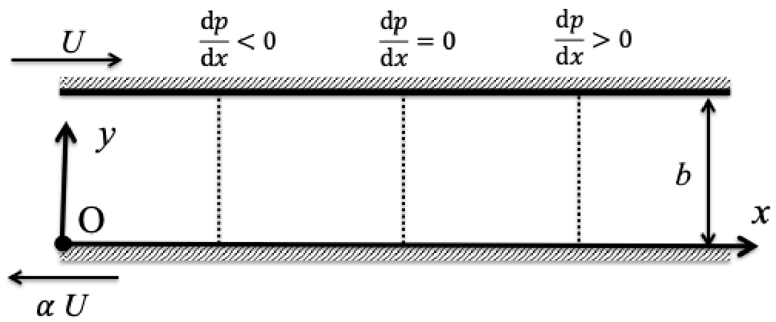

図２

（3） 奥行き方向単位長さあたりの平板間の体積流量（volumetric flow）Q および平均流速（mean velocity）U_m を求めなさい。

（4） 下方平板と上方平板にかかる壁面せん断応力（wall shear stress） τ_L および τ_U を求めなさい。

（5） 奥行き方向および水平方向単位長さあたりの上下両方の平板摩擦力 f および平板摩擦係数（coefficient of friction force on the plate）$C_f = \frac{f}{0.5\rho U_m^2}$を求めなさい。また, $\alpha = -1$ のとき，C_fをレイノルズ数 Re で表しなさい。ただし，$\mathrm{Re} = \frac{\rho b U_m}{\mu}$とする。

（6） $U = -\frac{b^2}{8\mu}\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}x}$のとき，平板間の最大流速（maximum velocity）の位置 y_{max} およびその条件を満たすαの範囲（range）を求めなさい。ただし$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}x} \neq 0$とする。